



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۵
۱۱ آبان ۱۴۰۳

دوازدهم
ریاضی

پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	مهرداد شریف - محمدحسین جمالی	
۲	هندسه	مهرداد راشدی	امیرحسین ابومحبوب - حسن محمدبیگی احمدرضا فلاح	مهرداد شریف - آناهیتا کوشکی
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - سوگند روشنی	مهرداد شریف - فاطمه فرجی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	محمدرضا خادمی - مهدی داداشی	محمدرضا خادمی - مهرداد شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	جواد پرتوی - محمد عظیمیان زواره	محمد داودآبادی - کارو محمدی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



$$2x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \theta = \text{جمع} = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} \Rightarrow S = 4\pi$$

$$\sin\left(\frac{\theta}{3}\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = \sin^2 x \Rightarrow y = \sin^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos^2 x$$

$$y = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \text{ تابع به دست آمده}$$

تلاقی:

$$\sin^2 x = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$$

$$\begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{6} + x \end{cases}$$

پس در ۴ نقطه در بازه $[0, 2\pi]$ یکدیگر را قطع می‌کنند.

گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} + \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = 1$$

$$\frac{2 \tan x + (1 - \tan x)^2}{1 - \tan^2 x} = 1 \Rightarrow \tan^2 x + 1 = 1 - \tan^2 x$$

$$\tan^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = \pi, 2\pi$$

مجموع جواب‌ها 3π

گزینه ۱ صحیح است.

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$$

$$\Rightarrow 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 1$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \beta = \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin^2 \frac{\pi}{6}$$

$$x + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{6} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x + \frac{\pi}{3} = k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{5\pi}{6}$$

$$S = \frac{11\pi}{12} + \frac{23\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \frac{17\pi}{12} = \frac{56\pi}{12}$$

$$\text{اولین جواب مثبت} = \frac{5\pi}{12} \Rightarrow \frac{S}{x_1} = \frac{56}{5}$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$(4 \cos^2 x - 1)(3 - \tan^2 x) = 0$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\tan^2 x = 3 \begin{cases} \tan x = \sqrt{3} \\ \tan x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

وقتی $\tan x = \pm\sqrt{3}$ نگاه $\cos x = \pm\frac{1}{2}$ پس جواب‌های منطبق بر

هم دارد لذا کلاً ۴ جواب داریم.

حسابان

گزینه ۱ صحیح است.

جمع و ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲ برابر ۲ و $S = 4$ و $P = 3$ است.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \beta + \tan \alpha}{1 - \tan \beta \tan \alpha} = \frac{S}{1 - P}$$

$$= \frac{4}{1 - 2} = -4$$

گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنید $\alpha = x + \frac{\pi}{3}$ ، پس:

$$2x - \frac{\pi}{3} = 2\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\pi}{3} = 2\alpha - \pi$$

$$\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan(2\alpha - \pi)$$

$$= \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

گزینه ۱ صحیح است.

اندازه BD را واحد فرض کنید.

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{2 \times \frac{x}{3}}{1 - \frac{x^2}{9}} = \frac{6x}{9 - x^2}$$

$$\Rightarrow 18 - 2x^2 = 6x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنید $BD = EC = x$

$$\tan \alpha = \frac{x}{1} = \frac{1}{2x + 1}$$

$$2x^2 + 1 \cdot x = 1 \cdot 0 \Rightarrow 2x^2 + 1 \cdot x - 1 \cdot 0 = 0$$

$$\Rightarrow x = 5 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\tan \beta = \tan\left(\frac{\pi}{3} - 2\alpha\right) = \cot 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{2 \tan \alpha}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{25}}{\frac{2}{5}} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x = -\sin 2x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{4} \\ 2x = 2k\pi - \frac{3\pi}{2} + 2x \end{cases}$$

$$x = \frac{k'\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \text{ یعنی}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{جواب min} = \frac{3\pi}{4} \\ \text{جواب max} = \frac{5\pi}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{12\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

گزینه ۴ صحیح است.

$$(1 - \cos^2 2x) + \cos 2x = \frac{5}{4}$$

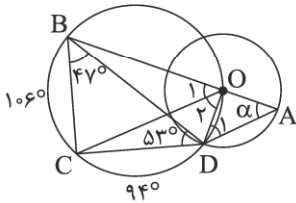
$$\Rightarrow \cos^2 2x - \cos 2x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$



هندسه

۱۹. گزینه ۲ صحیح است.

نقطه O را به D وصل می کنیم:



$$\hat{B} = 47^\circ \stackrel{\text{محاطی}}{\Rightarrow} \widehat{CD} = 94^\circ$$

$$\hat{D} = 53^\circ \stackrel{\text{محاطی}}{\Rightarrow} \widehat{BC} = 106^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 \stackrel{\text{محاطی}}{\widehat{BC}} = 53^\circ, \hat{O}_2 \stackrel{\text{محاطی}}{\widehat{CD}} = 47^\circ$$

از طرفی $OA = OD$ (هر دو شعاع دایره کوچک هستند) پس $\hat{D}_1 = \alpha$

. همچنین می دانیم $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 100^\circ$ زاویه خارجی مثلث OAD است. پس:

$$\widehat{OAD} - \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 100^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{A} + \hat{D}_1 = 2\alpha$$

$$\Rightarrow 100^\circ = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۱۳)

۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنید شعاع دایره کوچکتر را با r و شعاع دایره بزرگتر را با R نمایش دهیم. مساحت قطاع 60° ، $\frac{1}{6}$ مساحت دایره است. پس طبق فرض داریم:

$$\frac{1}{6}\pi R^2 - \frac{1}{6}\pi r^2 = \frac{1}{3}\pi r^2 \Rightarrow \frac{1}{6}R^2 = \frac{4}{6}r^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 4r^2 \Rightarrow R = 2r$$

در این صورت طول پاره خطهای AA' و BB' برابر است با:

$$AA' = BB' = R - r = 2r - r = r$$

طول کمان های AB و $A'B'$ به ترتیب $\frac{1}{6}$ محیط دایره کوچکتر و $\frac{1}{6}$ محیط دایره بزرگتر است و در نتیجه داریم:

$$AB \text{ کمان} = \frac{1}{6} \times 2\pi r = \frac{\pi r}{3}$$

$$A'B' \text{ کمان} = \frac{1}{6} \times 2\pi R = \frac{\pi R}{3} = \frac{2\pi r}{3}$$

بنابراین محیط ناحیه رنگی برابر است با:

$$AA' + BB' + \widehat{AB} + \widehat{A'B'} =$$

$$r + r + \frac{\pi r}{3} + \frac{2\pi r}{3} = 2r + \pi r = (2 + \pi)r$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۱۲)

۲۱. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنید $\widehat{EF} = x$ باشد. در این صورت داریم:

$$\widehat{EF} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = x \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 2x$$

همچنین فرض کنید $\widehat{AD} = y$ باشد. چون $AB \parallel DE$ ، پس

$\widehat{BE} = y$ و به دلیل مشابه چون $BC \parallel EF$ ، پس $\widehat{CF} = y$ است.

می دانیم مجموع کمان های دایره برابر 360° است، پس داریم:

$$\frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2x} + \frac{\widehat{EF}}{x} + \frac{\widehat{AD} + \widehat{BE} + \widehat{CF}}{3y} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 3x + 3y = 360^\circ \Rightarrow x + y = 120^\circ (*)$$

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$\cos 2x = \cos(x - \frac{\pi}{4})$$

$$2x = 2k\pi + x - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$2x = 2k\pi - x + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$$

این معادله دو جواب قابل قبول $\frac{11\pi}{6}$ و $\frac{7\pi}{6}$ دارد.

۱۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow a - 2^{b-1} = 0 \Rightarrow a = 2^{b-1} \Rightarrow 2^b = 2a$$

$$f(0) = -4 \Rightarrow a - 2^b = -4 \Rightarrow a - 2a = -4$$

$$a = 4 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow f(x) = 4 - 2^{3-2x}$$

$$f(x) \geq -12 \Rightarrow 4 - 2^{3-2x} \geq -12 \Rightarrow 2^{3-2x} \leq 16$$

$$3 - 2x \leq 4 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$2 \log_2 a = 1 + \log_2 2 = \log_2 2 + \log_2 3 = \log_2 6$$

$$\Rightarrow \log_2 a^2 = \log_2 6 \Rightarrow a^2 = 6$$

$$\Rightarrow \log_2 (a^2 + 3) = \log_2 9 = 2$$

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$\log_b ab^2 = \log_b a + 2 = 3 \Rightarrow a = b$$

$$\log_a r a \cdot b^n = \log_b r a^{n+1} = \frac{n+1}{2} = 4 \Rightarrow n = 7$$

۱۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(0) = 0 \Rightarrow 0 = a - \log_2 b \Rightarrow \log_2 b = a$$

$$f(-\frac{b}{a}) = a - \log_2 (b - a(-\frac{b}{a}))$$

$$f(-\frac{b}{a}) = a - \log_2 2b = a - (\log_2 2 + \log_2 b)$$

$$f(-\frac{b}{a}) = a - 1 - a = -1$$

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\log_3 x + \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = 1 \Rightarrow \log_2 x (\frac{\log_2 4 + \log_2 3}{\log_2 4}) = 1$$

$$\log_2 x \cdot \log_2 12 = 1 \Rightarrow \log_2 x = \log_{12} 2$$

$$x = 2^{\log_{12} 2} \Rightarrow \alpha = \log_{12} 2 \Rightarrow 4^\alpha = 2^{\log_{12} 2} = 12$$

۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$2 \log_2 \frac{a+x}{3} = \log_2 2 + \log_2 (\Delta + x)$$

$$\Rightarrow \log_2 (\frac{a+x}{3})^2 = \log_2 2(\Delta + x)$$

$$\Rightarrow (\frac{a+x}{3})^2 = 2(\Delta + x)$$

$$\Rightarrow x^2 + (2a - 18)x + a^2 - 90 = 0$$

$$\alpha + \beta = 0 \Rightarrow -2a + 18 = 0 \Rightarrow a = 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

پس از n ماه، جرم باقی مانده برابر $(\frac{9}{10})^n$ خواهد بود.

$$(\frac{9}{10})^n = \frac{1}{3} \Rightarrow \log_2 (\frac{9}{10})^n = \log_2 \frac{1}{3}$$

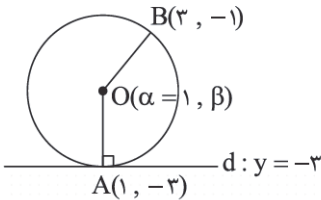
$$\Rightarrow n \log_2 \frac{9}{10} = -\log_2 3 \Rightarrow n(2 \log_2 3 - \log_2 10) = -1$$

$$\Rightarrow n(2 - \frac{44}{21}) = -1 \Rightarrow n(-\frac{2}{21}) = -1 \Rightarrow n = 10.5$$

دقت کنید! معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره است هرگاه $a^2 + b^2 - 4c > 0$ باشد. بنابراین هرگاه $c \leq 0$ باشد، حتماً معادله داده شده، معادله دایره است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۲)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.



نقطه $A(1, -3)$ روی خط $d: y = -3$ قرار دارد.

بدیهی است $\alpha = 1$ ، از طرفی $|OB| = |OA|$ است، پس:

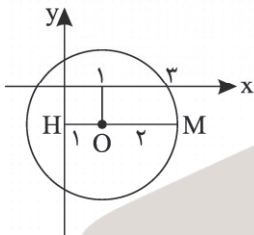
$$\sqrt{(1-\alpha)^2 + (\beta+3)^2} = \sqrt{(3-\alpha)^2 + (-1-\beta)^2}$$

$$\rightarrow 4 + \beta^2 + 2\beta + 1 = \beta^2 + 6\beta + 9$$

$$\Rightarrow 4\beta = -4 \Rightarrow \beta = -1 \Rightarrow O(1, -1)$$

$$R = |OA| = \sqrt{(1-1)^2 + (-1+3)^2} = 2$$

مطابق شکل بیشترین فاصله نقاط روی محیط این دایره تا محور oy برابر ۳ واحد ($MH = 3$) است.



(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

دستگاه داده شده شامل یک دایره و یک خط است. چون این دستگاه فقط یک جواب دارد، پس خط بر دایره مماس است. بنابراین فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر شعاع دایره است. پس:

$$2x^2 + 2y^2 - 3x + y = 0 \rightarrow x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}) \\ R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \end{cases}$$

$R =$ فاصله O تا خط مماس: شرط مماس بودن

$$\Rightarrow \frac{|\frac{3}{4} - \frac{1}{4} - m|}{\sqrt{9+1}} = \frac{\sqrt{10}}{4} \Rightarrow |2-m| = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2-m = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{7}{4} \\ 2-m = -\frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{9}{4} \end{cases}$$

در نتیجه مجموع مقادیر m برابر ۴ است.

نکته: فاصله نقطه (x_0, y_0) از خط $ax + by + c = 0$ از رابطه

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

از طرفی زاویه \widehat{BCx} زاویه ظلی مقابل به کمان \widehat{BAC} است.

$$\widehat{BCx} = \frac{\widehat{BAC}}{2} \Rightarrow 11^\circ = \frac{\widehat{BA} + \widehat{AD} + \widehat{DC}}{2}$$

$$\Rightarrow 2x + y = 22^\circ (**)$$

از کم کردن طرفین روابط (*) و (**): داریم:

$$(2x + y) - (x + y) = 22^\circ - 12^\circ \Rightarrow x = 10^\circ \Rightarrow \widehat{EF} = 10^\circ$$

اندازه زاویه محاطی \widehat{EDF} برابر است با:

$$\widehat{EDF} = \frac{\widehat{EF}}{2} = \frac{10^\circ}{2} = 5^\circ$$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

OC را امتداد می دهیم تا دایره را در نقاط M و N قطع کند. با فرض $OC = x$ نتیجه می گیریم:

$$MC = 10 - x, NC = x + 10$$

اکنون با استفاده از رابطه طولی در دایره می نویسیم:

$$CN \times CM = CB \times CA \Rightarrow (x+10)(10-x) = 12 \times 3$$

$$\Rightarrow 100 - x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow OC = 8$$

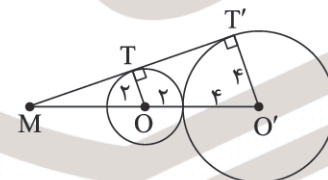
بنابراین:

$$\Delta OBC \text{ محیط} = OB + BC + OC = 10 + 12 + 8 = 30$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۸)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

چون $R = 2$ و $R' = 4$ یعنی $R + R' = 6$ و فاصله دورترین نقاط دو دایره از هم ۱۲ واحد است، پس دو دایره مماس خارجی هستند.



از طرفی چون $OO' = R + R'$ پس طول مماس مشترک خارجی $TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{8}$ می باشد.

$$OT \parallel O'T' \rightarrow \frac{MT}{MT'} = \frac{OT}{O'T'} \Rightarrow \frac{MT}{MT + TT'} = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{MT}{MT + 2\sqrt{8}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2MT = MT + 2\sqrt{8} \Rightarrow MT = 2\sqrt{8}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۲)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

در معادله دایره ضرایب x^2 و y^2 برابر هستند. پس:

$$a^2 - 7 = 2 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

با فرض $a = 3$ معادله داده شده به صورت $2x^2 + 2y^2 + 4y + 3 = 0$ درمی آید. طرفین معادله را به ۲ تقسیم می کنیم و به معادله

$$x^2 + y^2 + 2y + \frac{3}{2} = 0$$

چون حاصل $0 < -6 < 4 + a^2 = 0$ است پس معادله فوق، معادله دایره نیست. با فرض $a = -3$ معادله داده شده به صورت

$$2x^2 + 2y^2 + 4y - 3 = 0$$

درمی آید. چون عدد ثابت در این معادله منفی است پس حتماً معادله فوق معادله یک دایره است.



حال مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را پیدا می‌کنیم.

$$R = \frac{1}{\sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4m}} = \sqrt{5-m}$$

$$d = OA = \sqrt{(-1-2)^2 + (3+1)^2} = 5$$

حالت اول: A درون دایره باشد.

$$R^2 - d^2 = 21 \xrightarrow{d=5} R^2 = 46 \Rightarrow 5-m = 46 \Rightarrow m = -41$$

حالت دوم: A بیرون دایره باشد.

$$d^2 - R^2 = 21 \xrightarrow{d=5} R^2 = 4 \Rightarrow 5-m = 4 \Rightarrow m = 1$$

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای m برابر (-40) است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا مراکز و شعاع‌های دو دایره و سپس طول خط‌المركزین آنها را تعیین می‌کنیم.

$$C_1 = x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$$

$$R_1 = \frac{1}{\sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4(-4)}} = 3$$

$$C_2 = x^2 + y^2 + 4x - 4y + a = 0$$

$$R_2 = \frac{1}{\sqrt{4^2 + (-4)^2 - 4a}} = \sqrt{8-a}$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(-2-2)^2 + (2+1)^2} = 5$$

$$O_1O_2 > R_1 + R_2 \Rightarrow 5 > 3 + \sqrt{8-a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{8-a} < 2 \Rightarrow 8-a < 4 \Rightarrow a > 4 \quad (*)$$

از طرفی عبارت زیر رادیکال باید مثبت باشد.

$$8-a > 0 \Rightarrow a < 8 \quad (**)$$

اشتراک مقادیر a از روابط (*) و (**) به صورت $4 < a < 8$ و شامل ۳ مقدار طبیعی ۵، ۶ و ۷ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

کافی است رقم یکان فرد باشد.

جایگشت بقیه ارقام و رقم یکان

$$3 \times \frac{8!}{3! \times 2! \times 2!} = \frac{3 \times 8 \times 7!}{3 \times 2! \times 2! \times 2!} = 7!$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۵۸)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

به سه روش مختلف این کار امکان پذیر است:

الف) $6 = 2 + 2 + 2$ یعنی ۳ گروه ۲ نفره:

$$\frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = 15$$

ب) $6 = 3 + 2 + 1$ یعنی یک گروه ۳ نفره و یک گروه ۲ نفره و یک گروه ۱ نفره:

$$\frac{\binom{6}{3} \binom{3}{2} \binom{1}{1}}{3!} = 60$$

ج) $6 = 4 + 1 + 1$ یعنی یک گروه ۴ نفره و دو گروه ۱ نفره:

$$\frac{\binom{6}{4} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{2!} = 15$$

پس $60 + 15 + 15 = 90$ روش دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۵۹)

نکته: در معادله دایره همواره ضرایب x^2 و y^2 باید برابر ۱ باشند تا بتوانیم از تمام روابط مثل پیدا کردن مرکز و شعاع دایره استفاده کنیم. به همین علت در حل این سؤال ابتدا طرفین معادله دایره را به ۲ تقسیم کردیم.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$C: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} O(1, -1) \\ R=2 \end{cases}$$

$$C': x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \Rightarrow C': (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} O'(1, 2) \\ R'=3 \end{cases}$$

چون نقطه A درون هر دو دایره قرار دارد. پس فاصله آن تا مرکز هر دایره از شعاع آن دایره کمتر است. یعنی:

$$OA < R \Rightarrow \sqrt{(1-1)^2 + (n+1)^2} < 2 \Rightarrow |n+1| < 2$$

$$\Rightarrow -2 < n+1 < 2 \xrightarrow{-1} -3 < n < 1 \quad (1)$$

$$O'A < R' \Rightarrow \sqrt{(1-1)^2 + (n-2)^2} < 3 \Rightarrow |n-2| < 3$$

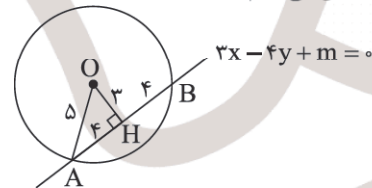
$$\Rightarrow -3 < n-2 < 3 \xrightarrow{+2} -1 < n < 5 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2): -1 < n < 1 \xrightarrow{n \in \mathbb{Z}} n = 0$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا مرکز و شعاع دایره را تعیین می‌کنیم.



مرکز: $O(2, 0)$

$$R = \frac{1}{\sqrt{(-4)^2 - 4(-21)}} = 5$$

فرض کنید خط داده شده، دایره را در نقاط A و B قطع کند.

می‌دانیم قطر عمود بر وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس $AH = BH = 4$ و با توجه به اینکه $OA = 5$ است، در مثلث

قائم‌الزاویه $\triangle OAH$ ، $OH = 3$ خواهد بود.

بر اساس فرمول فاصله نقطه از خط داریم:

$$OH = \frac{|3x - 4y + m|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3 = \frac{|3(2) - 4(0) + m|}{5}$$

$$\Rightarrow |m + 6| = 15 \Rightarrow \begin{cases} m + 6 = 15 \Rightarrow m = 9 \\ m + 6 = -15 \Rightarrow m = -21 \end{cases}$$

پس مقدار مثبت m برابر ۹ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنید شعاع دایره برابر R و فاصله نقطه A از مرکز دایره برابر d باشد.

اگر نقطه A درون دایره باشد، بیشترین و کمترین فاصله آن از دایره به ترتیب $R-d$ و $R+d$ و حاصل ضرب این مقادیر برابر $R^2 - d^2$ است.

در صورتی که نقطه A بیرون دایره باشد، بیشترین و کمترین فاصله آن از دایره به ترتیب $d-R$ و $d+R$ و حاصل ضرب این مقادیر برابر $d^2 - R^2$ است.

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

کافی است با ۹ رأس یک گراف رسم کنیم که ۲۹ یال دارد. دقت کنید چون گراف K_8 ، ۲۸ یال دارد، با ۸ رأس نمی توان این کار را انجام داد. سپس بقیه رئوس که ۱۱ رأس می باشد را درجه صفر قرار دهیم.
(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۷ و ۳۸)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

اگر تمام رئوس گراف G_1 را به تمام رئوس گراف G_2 وصل کنیم. درجه رئوس به فرم زیر است:

$$6, 6, 6, 5, 5, 4, 4$$

$$\delta = 4, \Delta = 6, p = 7$$

$$q = \frac{\sum \deg V_i}{2} = \frac{18 + 10 + 8}{2} = 18$$

$$p + q + \Delta + \delta = 35 \text{ پس}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۲ تا ۳۶)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

گرافی که تمام رئوس آن با هم مجاور هستند، گراف کامل است.

$$\Delta = p - 1 = 9 \Rightarrow p = 10, q = \binom{10}{2} = 45$$

مجموع تمام درجات $2q$ است. پس جواب ۹۰ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنید X و Y به ترتیب تعداد رئوس درجه ۳ و ۱ باشد:

$$P = 11 \Rightarrow x + 5 + y = 11 \Rightarrow x + y = 6$$

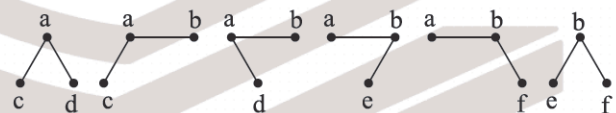
$$\sum_{i=1}^p \deg(V_i) = 2q \Rightarrow 3x + 10 + y = 24 \Rightarrow 3x + y = 14$$

مقادیر $x = 4$ و $y = 2$ به دست می آید.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۲ و ۳۷)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

زیرگرافها به فرم زیر هستند:



(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۷)

۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$(1) \quad r = 3 \text{ و } p = 11 \text{ چون } 2q = rp = 33 \text{ پس } q \text{ یافت نمی شود.}$$

(۲) اگر گراف G ، 7 - منتظم و مکمل آن 5 - منتظم باشد، آنگاه:

$$r + r' = p - 1 \Rightarrow p - 1 = 12 \Rightarrow p = 13 \Rightarrow 2q = rp \Rightarrow 2q = 13 \times 7$$

که q جواب ندارد.

$$(4) \text{ فرض کنید } q(\bar{G}) = q(G) + 5 \text{ می دانیم:}$$

$$q(G) + q(\bar{G}) = \binom{7}{2} = 21$$

پس $q(G) = 8$ حال داریم:

$$2q = rp \Rightarrow 2 \times 8 = r \times 7 \Rightarrow r \text{ جواب ندارد.}$$

(۳) اگر G ، 7 - منتظم و مکمل آن 2 - منتظم باشد، آنگاه:

$$r + r' = p - 1 \Rightarrow p - 1 = 9 \Rightarrow p = 10 \Rightarrow$$

گراف G یک 10 ضلعی منتظم قابل رسم است.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۲ تا ۳۷)

۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

تنها گرافی که می توان ساخت به فرم است. کافی است یک رأس برای رأس درجه ۳ انتخاب کنیم و آن رأس را به ۳ رأس دیگر وصل کنیم.

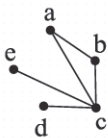
$$\binom{6}{1} \times \binom{5}{3} = 60$$

۳ رأس دیگر رأس درجه ۳ (ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۴ و ۳۵)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

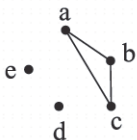
شکل گراف را رسم می کنیم:

(الف) q, \max باشد:



$$q_{\max} = 5$$

(ب) q, \min باشد:

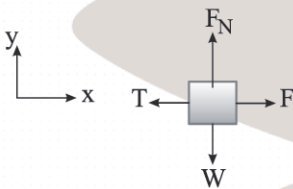


$$q_{\min} = 3$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۲ تا ۳۶)

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.



(۱) نادرست، واکنش نیروی کشش نخ وارد بر جسم، به نخ و به سوی مثبت محور X وارد می شود.

(۲) نادرست، واکنش نیروی F_N وارد بر جسم، به سطح تکیه گاه و به سوی منفی محور Y وارد می شود.

(۳) نادرست، واکنش نیروی F وارد بر جسم به شخص واردکننده نیرو و به سوی منفی محور X وارد می شود اما به خاطر ساکن بودن جسم، بزرگی آن با نیروی کشش نخ برابر است.

(۴) درست، واکنش نیرویی که جسم به نخ وارد می کند، همان نیروی T وارد بر جسم است که به سوی منفی محور X بوده و هم اندازه با نیروی F است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۴ و ۳۵)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا مقدار $f_{s_{\max}}$ (اصطکاک ایستایی آستانه حرکت) را محاسبه می کنیم.

$$f_{s_{\max}} = \mu_s \cdot F_N = \mu_s \cdot (mg) = 0.4 \times 4 \times 10 = 16N$$

حالت اول:

$$F < f_{s_{\max}} \Rightarrow f_s = F = 14N \Rightarrow \text{جسم ساکن است} \Rightarrow F_{\text{net}} = 0$$



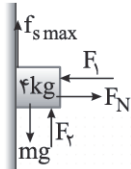
چون پس از لحظه $t = 5s$ ، نیروهای وارد بر جسم متوازن شده‌اند، پس متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند و جابه‌جایی آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x = (-14 \frac{m}{s}) \times (3s) = -42m \Rightarrow |\Delta x| = 42m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

در حالت اول:



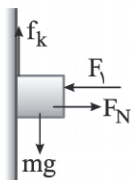
$$mg = F_f + f_{s \max}$$

$$40 = 10 + f_{s \max} \Rightarrow f_{s \max} = 30 N = \mu_s F_N$$

$$\Rightarrow F_N = \frac{30}{0.5} = 60 N$$

$$F_1 = F_N = 60 N$$

در حالت دوم:



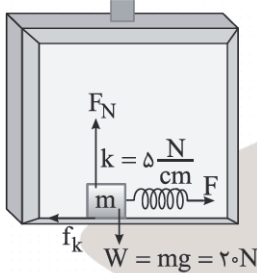
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k F_1 = 0.4 \times 60 = 24 N$$

$$mg - f_k = ma \Rightarrow 40 - 24 = 4a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را ترسیم کرده و سپس مقدار نیروی عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم. با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N = m(g + a) \Rightarrow F_N = 2 \times (9.8 + 7.2) = 34 N$$

اکنون قانون دوم نیوتون را در راستای حرکت جسم (راستای افقی) و با در نظر گرفتن سرعت ثابت می‌نویسیم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_c - f_k = 0 \Rightarrow k \Delta x = \mu_k F_N \Rightarrow \Delta x = \frac{\mu_k F_N}{k}$$

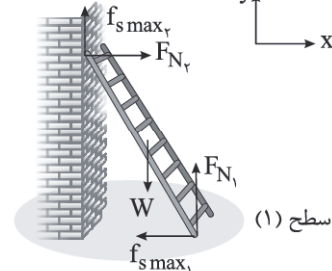
$$\Rightarrow \Delta x = \frac{0.5 \times 34}{5} = 3.4 cm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۶)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

نیروهای وارد بر نردبان را ترسیم می‌کنیم و چون نردبان در آستانه حرکت است، برابری نیروهای وارد بر هر راستا را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

سطح (۲)



سطح (۱)

حالت دوم:

$$F > f_{s \max} \Rightarrow \text{جسم حرکت می‌کند}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.3 \times 4 \times 10 = 12 N$$

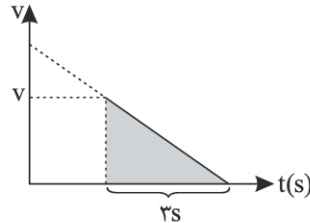
$$F_{net} = F - f_k = 18 - 12 = 6 N$$

$$\Rightarrow F'_{net} - F_{net} = 6 N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

مساحت زیر نمودار $v-t$ در سه ثانیه آخر، مسافت پیموده شده را نشان می‌دهد.



$$\Delta x = vt - \frac{1}{2} at^2$$

$$9 = 0 - \frac{1}{2} \times a \times 3^2 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

حال معادله قانون دوم نیوتون را برای مدت زمان ترمز کردن می‌نویسیم:


$$F_{net} = 0 - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k (mg) = ma$$

$$\Rightarrow a = -\mu_k g = -10 \mu_k = -2 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

حداکثر کشش نخ را T_m فرض می‌کنیم. حالت اول:



$$F_{net} = ma \Rightarrow 0.6 T_m - mg = ma$$

$$\Rightarrow 0.6 T_m - 10 m = 2m \Rightarrow T_m = 20 m$$

حالت دوم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_m - mg = ma$$

$$\Rightarrow 20 m - 10 m = ma \Rightarrow a = 10 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

حالت اول:

$$F_{net} = F_1 - f_k = F_1 - \mu_k (mg + F_2) = ma$$

$$\Rightarrow 36 - \mu_k (20 + 40) = 2 \times 3 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

حالت دوم:

$$\text{نیروی واکنش سطح} = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = 50 \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow 50 \sqrt{5} = \sqrt{(F'_N)^2 + (\mu_k F'_N)^2} = F'_N \sqrt{1 + 0.25} \Rightarrow F'_N = 100 N$$

$$F'_N = F'_y + mg$$

$$\Rightarrow 100 = F'_y + 20 \Rightarrow F'_y = 80 N$$

$$\Delta F_y = 80 - 40 = 40 N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۴۶. گزینه ۱ صحیح است.

با به دست آوردن شتاب متحرک و سرعت اولیه آن، سرعت متحرک را در لحظه $t = 5s$ به دست می‌آوریم. این کار را با مقایسه معادله مکان آن در حرکت با شتاب ثابت انجام می‌دهیم.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \\ x = -t^2 - 4t \end{cases} \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t - 4 \xrightarrow{t=5s} v = -14 \frac{m}{s}$$



۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

شیب نمودار رسم شده معادل با ثابت فنر است. پس ابتدا ثابت فنر را به دست می آوریم.

$$F_e = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{16}{3} \frac{N}{cm}$$

وقتی آسانسور با شتاب ثابت رو به بالای $\frac{2}{3} \frac{m}{s}$ شروع به حرکت می کند، یعنی آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا حرکت کرده است، پس می توان با کمک قانون دوم نیوتون نوشت:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g + a) \Rightarrow \Delta x = m(g + a)$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{2 \times 12}{16} \Rightarrow \Delta x = 4,5 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۳ و ۴۴)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

شتاب گرانش در سطح هر سیاره از رابطه $g = \frac{GM}{r^2}$ به دست می آید، با توجه به اینکه $M = \rho \cdot V = \rho \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$ ، می توان رابطه شتاب گرانش را به صورت زیر نوشت:

$$g = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow g = \frac{G(\rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3)}{r^2} \Rightarrow g = \frac{4}{3} G \rho \pi r$$

بنابراین شتاب گرانش در سطح سیاره با چگالی سیاره و شعاع سیاره رابطه مستقیم دارد.

$$\frac{g_B}{g_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow \frac{g_B}{g_A} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{36}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۳ تا ۵۶)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

شتاب گرانش ناشی از سیاره ای به جرم M ، در فاصله R از مرکز سیاره، برابر است با:

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$\Rightarrow \frac{g}{g_{\text{خورشید}}} = \frac{M_{\text{ماه}}}{M_{\text{خورشید}}} \times \left(\frac{r_{\text{خورشید}}}{r_{\text{ماه}}} \right)^2$$

$$= \frac{1}{3 \times 10^7} \times (4 \times 10^2)^2 = \frac{16}{30000} = \frac{2}{375}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۳ تا ۵۶)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

نیروی کشش طناب، نقش نیروی مرکزگرا را در این حرکت بر عهده دارد.

$$F_c = T = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F_c r}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{450 \times 2}{36}} = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۸ تا ۵۳)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$ داریم:

$$T^2 \propto r^3 \Rightarrow \left(\frac{T_{\text{ماهواره سینا}}}{T_{\text{ماهواره سیمرغ}}} \right)^2 = \left(\frac{R}{4R} \right)^3 = \frac{1}{64}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\text{ماهواره سینا}}}{T_{\text{ماهواره سیمرغ}}} = \frac{1}{8}$$

دقت کنید دوره ماهواره ارتباطی به جرم ماهواره ندارد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۸ تا ۵۳)

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_{N_r} = f_{s \max} \Rightarrow F_{N_r} = \mu_s F_{N_1} \Rightarrow F_{N_r} = 0,5 F_{N_1}$$

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_{N_1} + f_{s \max} = W \Rightarrow F_{N_1} + \mu_s F_{N_1} = mg$$

$$F_{N_1} + 0,5 F_{N_1} = 100 \Rightarrow F_{N_1} = \frac{100}{1,5} = 66,7 \text{ N}$$

$$F_{N_r} = 0,5 F_{N_1} = 33,3 \text{ N}$$

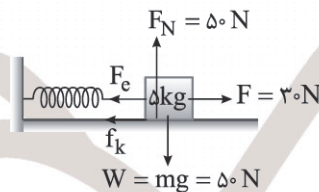
$$F_{R_r} = \sqrt{F_{N_r}^2 + f_{s \max}^2} = \sqrt{F_{N_r}^2 + (\mu_s F_{N_1})^2}$$

$$\Rightarrow F_{R_r} = F_{N_r} \sqrt{\mu_s^2 + 1} = 33,3 \times \sqrt{0,25 + 1} = 33,3 \times 1,118 = 37,2 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۵ تا ۴۶)

۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را ترسیم می کنیم و سپس قانون دوم نیوتون را در دو حالت می نویسیم. چون بزرگی شتاب داده شده است، یک بار باید به صورت تندشونده و بار دیگر به صورت کندشونده مسئله را حل کرد.



حالت اول:

جهت بردار شتاب در جهت مثبت محور x است: تندشونده

$$F_{\text{net}} = m \cdot a \Rightarrow F - f_k - F_e = m \cdot a \Rightarrow F - \mu_k \cdot F_N - k \Delta x = m \cdot a$$

$$\Rightarrow 30 - 0,2 \times 50 - 10 \times \Delta x = 5 \times 2 \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ cm}$$

حالت دوم:

جهت بردار شتاب در خلاف جهت محور x است: کندشونده

$$F_{\text{net}} = m \cdot a \Rightarrow F - f_k - F_e = m \cdot (-a)$$

$$\Rightarrow F - \mu_k \cdot F_N - k \Delta x = m \cdot (-a) \Rightarrow 30 - 0,2 \times 50 - 10 \Delta x = -10$$

$$\Rightarrow \Delta x = 3 \text{ cm}$$

پس گزینه ۴ می تواند پاسخ درست باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۷ تا ۴۴)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به منفی بودن شیب نمودار $P-t$ ، می فهمیم که F_{av} و شتاب حرکت منفی هستند.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = ma \Rightarrow F_{av} = 0,3 \times (-4) = -1,2 \text{ N}$$

بین لحظات $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 6s$ داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{av} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta P = P_{(t=6s)} - P_{(t=4s)}$$

$$\Rightarrow \Delta P = -1,2 \times 2 = -2,4 \frac{kgm}{s}$$

$$\frac{P_{(t=4s)} = 0}{\rightarrow P_{(t=6s)} = -2,4 \frac{kgm}{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۶ تا ۴۸)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$v_1 = +72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}, v_2 = -18 \frac{km}{h} = -5 \frac{m}{s}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow F_{av} = \frac{1200 \cdot (-5 - 20)}{0,4} = -75000 \text{ N} = -75 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow |F_{av}| = 75 \text{ kN}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۶ تا ۴۸)



۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

به کمک دو رابطه انرژی جنبشی و نیروی مرکزگرا می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ F_c = \frac{mv^2}{r} \end{cases} \rightarrow \frac{mv^2 = F_c \times r}{r} \rightarrow K = \frac{F_c \times r}{2}$$

$$\Rightarrow 20 \times 10^3 = \frac{F_c \times 4}{2} \Rightarrow F_c = 10^4 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

با مقایسه حاصل ضرب P.V نقاط ابتدا و انتهای فرایند می‌فهمیم:

$$P_2 V_2 > P_1 V_1 \Rightarrow T_2 > T_1$$

در نتیجه فرایند بی‌دررو یا هم‌دما نیست. (چون در فرایند بی‌درروی

انبساطی، دما کاهش می‌یابد).

بررسی گزینه‌ها:

(۱) این فرایند نمی‌تواند بی‌دررو باشد، زیرا در فرایند بی‌دررو با افزایش حجم باید دما کاهش یابد، پس این گزینه نادرست خواهد بود.

(۲)

$$T_2 > T_1 \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow Q + W > 0 \rightarrow Q > |W|$$

(۳) این عبارت مربوط به فرایند هم‌دماست، بنابراین نادرست است.

(۴) نادرست، چون تغییرات انرژی درونی این فرایند مثبت است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۹)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

به علت تراکمی بودن فرایند، علامت W در این فرایند مثبت است.

$$|W| = P - V \text{ نمودار} \Rightarrow W = + \frac{(P_B + 3) \times 10^5 \times 6 \times 10^{-3}}{2}$$

$$= 300(P_B + 3)$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = 8000 - 7500 = 500 \text{ J}$$

$$Q = -2800 \text{ J}$$

$$\Delta u = Q + W \Rightarrow 500 = -2800 + W$$

$$W = 3300 \text{ J} \Rightarrow 300(P_B + 3) = 3300$$

$$P_B + 3 = 11 \Rightarrow P_B = 8 \text{ atm}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

مساحت چرخه P - V برابر اندازه گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط است.

$$|Q| = \frac{6 \times 10^5 \times \Delta V \times 10^{-3}}{2} = 1200 \Rightarrow \Delta V = 4 \text{ lit}$$

$$\Delta V = V_C - V_B \Rightarrow 4 = 6 - V_B$$

$$V_B = 2 \text{ lit}$$

$$V_A = V_B = 2 \text{ lit}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

چون چرخه P - V ساعتگرد است، باید چرخه P - T هم ساعتگرد و چرخه V - T پادساعتگرد باشد.

پس گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست هستند.

دمای فرایند هم‌دمای bc بیشتر از da است، پس گزینه ۳ نیز نادرست است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

در فرایند بی‌دررو حالت‌های زیر را داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{تراکم} \rightarrow \Delta V < 0, \Delta T > 0, \Delta U > 0 \Rightarrow P_2 V_2 > P_1 V_1 \\ \text{انبساط} \rightarrow \Delta V > 0, \Delta T < 0, \Delta U < 0 \Rightarrow P_2 V_2 < P_1 V_1 \end{array} \right.$$

که با بررسی گزینه‌ها تنها گزینه ۴ درست است.

(۱) تراکم هم‌دما است. ✗

$$\text{✗ } \frac{3}{4} P_1 V_1 < P_1 V_1 \Leftarrow \text{تراکم (۲)}$$

$$\text{✗ } P_1 V_1 < \frac{4}{3} P_1 V_1 \Leftarrow \text{انبساط (۳)}$$

$$\checkmark P_1 V_1 > \frac{4}{5} P_1 V_1 \Leftarrow \text{انبساط (۴)}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

از معادله حالت گازهای کامل می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{PV}{T} = n.R = \text{مقدار ثابت}$$

$$\Rightarrow \frac{P(V_1 + V_2)}{T} = \left(\frac{P_1 V_1}{T_1} \right) + \left(\frac{P_2 V_2}{T_2} \right)$$

مخزن ۱۰ لیتری مخزن ۸ لیتری

$$\Rightarrow \frac{(\Delta \text{ cmHg}) \times \lambda}{T} = \frac{(9 \text{ cmHg}) \times \lambda}{36} + \frac{0 \times \lambda}{T_2}$$

$$\Rightarrow T = 450 \text{ K} \Rightarrow T = \theta + 273 \Rightarrow \theta = 177^\circ \text{C}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به معادله حالت گازهای کامل (PV = nRT) می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{Ar} \times V_{Ar}}{P_{O_2} \times V_{O_2}} = \frac{n_{Ar} \times R \times T_{Ar}}{n_{O_2} \times R \times T_{O_2}} \Rightarrow \frac{P_{Ar}}{P_{O_2}} = \frac{12 \times 36}{4 \times 30} = \frac{9}{5} = 1.8$$

دقت کنید در معادله حالت گاز کامل، باید دمای گاز را برحسب کلوین قرار بدهیم.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا به ساکن دمای دو نقطه C و D را می‌بایست پیدا کنیم. چون فرایند BC و DA در نمودار P - T مبدأ گذر هستند، می‌توان گفت این دو فرایند هم‌حجم می‌باشند و برای آنها نوشت:

$$\frac{P_B}{T_B} = \frac{P_C}{T_C} \Rightarrow T_C = \left(\frac{3}{4} \right) \times 500 = 375 \text{ K}$$

و همین‌طور برای فرایند DA داریم:

$$T_D = \left(\frac{P_D}{P_A} \right) \times T_A \Rightarrow T_D = \left(\frac{3}{4} \right) \times 300 = 225 \text{ K}$$

سپس به کمک رابطه $W = -nR\Delta T$ کار انجام شده روی گاز توسط محیط را محاسبه می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{AB} = -nR(T_B - T_A) = -2 \times 8 \times (500 - 300) = -3200 \text{ J} \\ W_{CD} = -nR(T_D - T_C) = -2 \times 8 \times (225 - 375) = 4800 \text{ J} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow W_t = 1600 \text{ J}$$

توجه بفرمایید که سؤال کار انجام شده توسط گاز روی محیط (W') را درخواست کرده است.

$$\Rightarrow W' = -W = -1600 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)



۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم که سطح داخل هر چرخه در نمودار $P - V$ برابر با بزرگی کار انجام شده روی دستگاه (گاز) است.

$$S_{\text{چرخه}} = |W| \Rightarrow |W| = 5 \times 6 \times 100 = 3000 \text{ J}$$

با توجه به رابطه توان داریم:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{3000}{\frac{1}{20}} = 60000 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P = 60000 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{745 \text{ W}} = 80 \text{ hp}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به قوانین ترمودینامیک، یخچالی امکان ساخت و طراحی را دارد که علاوه بر اینکه جمع جبری کار و گرمای مبادله شده در آن صفر می‌شود (قانون اول ترمودینامیک = چرخه ΔU)، مقدار کار گرفته شده مخالف صفر باشد که در اینجا تنها دو یخچال B و D قابل طراحی و ساخت هستند.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۴۷)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به متن کتاب درسی، همه گزینه‌ها به جز گزینه ۲ درست است. در هر دو مرحله مکش و ضربه قدرت، حجم گاز از V_1 تا $V_2 = rV_1$ منبسط می‌شود، که r را اصطلاحاً نسبت تراکم می‌گوییم.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

در هر چرخه $Q_H = 80 \text{ J}$ $\rightarrow Q_H = 80 \times 5 = 400 \text{ J}$ در هر ثانیه \Rightarrow در هر ثانیه ۵ چرخه داریم

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = \frac{1}{4} \rightarrow |Q_L| = 60 \text{ J} \rightarrow Q_H = 80 \text{ J}$$

$$m = \frac{400 \text{ J}}{10^4 \frac{\text{J}}{\text{g}}} = 4 \times 10^{-2} \text{ g} = 40 \text{ mg}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۴۵)

شیمی

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

شبه فلزها همانند فلزها سطح صیقلی دارند. سه عنصر ${}_{11}\text{Na}$ ، ${}_{32}\text{Ge}$ و ${}_{82}\text{Pb}$ سطح صیقلی دارند.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) قلع یک عنصر فلزی است، فلزها رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارند و در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهند.

(۲) هفتمین و هشتمین عنصر دوره سوم جدول دوره‌ای به ترتیب کلر و آرگون می‌باشند و در دما و فشار اتاق به حالت گازی‌اند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) درست، عدد اتمی سیلیسیم (Si) برابر ۱۴ می‌باشد که با شمار عنصرهای دسته S جدول دوره‌ای یکسان است.

(ب) درست، موادی مانند آهن، طلا، نمک و ... از طبیعت به دست می‌آیند و مواد ساختمانی مانند پلاستیک، لاستیک و ... نیز از مواد موجود در کره زمین تولید می‌شوند و به تقریب جرم کل مواد در کره زمین ثابت می‌ماند.

(پ) درست، سه عنصر ${}_{11}\text{Na}$ ، ${}_{12}\text{Mg}$ و ${}_{13}\text{Al}$ از این دوره فلزند. نماد شیمیایی عنصرهای نافلزی فسفر و گوگرد به ترتیب P و S می‌باشد.

(ت) نادرست، عنصرهای جدول دوره‌ای را براساس رفتار آنها در سه دسته فلز، نافلز و شبه‌فلز جای می‌دهند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳، ۴ و ۶ تا ۸)

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) درست

(ب) درست

(پ) نادرست، در گروه فلزهای قلیایی با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.

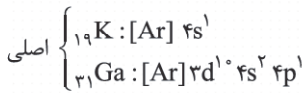
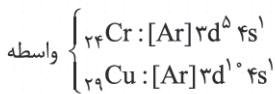
(ت) درست

(ث) نادرست، هالوژن‌ها با گرفتن یک الکترون به آنیون هالید تبدیل می‌شوند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۹، ۱۲ و ۱۳)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

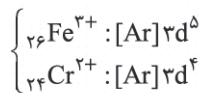
در بیرونی‌ترین زیرلایه ۴ عنصر از عنصرهای دوره چهارم جدول دوره‌ای یک الکترون وجود دارد:



بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) اتم اغلب فلزهای واسطه با تشکیل کاتیون به آرایش الکترونی گاز نجیب دست نمی‌یابند.

(۳) این نسبت برابر ۱/۲۵ می‌باشد.



(۴) در تولید مقدار طلای مورد نیاز برای ساخت یک عدد حلقه عروسی حدود سه تن پسماند ایجاد می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

برای Si و Sn موارد درست معرفی نشده است! سیلیسیم سطح صیقلی دارد. قلع یک فلز است و سطح صیقلی دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸ و ۹)

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) نادرست، شعاع اتمی P از شعاع اتمی Si کوچک‌تر است. در هر دوره از جدول دوره‌ای با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

(ب) نادرست، بیشترین تفاوت شعاع اتمی این عناصرها مربوط به ${}_{11}\text{Na}$ و ${}_{17}\text{Cl}$ می‌باشد.

(پ) درست، سه عنصر ${}_{11}\text{Na}$ ، ${}_{12}\text{Mg}$ و ${}_{13}\text{Al}$ از این دوره فلز هستند و مقایسه شعاع اتمی به صورت $\text{Na} > \text{Mg} > \text{Al}$ است.

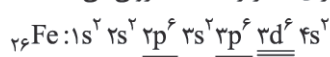
(ت) نادرست، زیرا در بیرونی‌ترین زیرلایه ${}_{14}\text{Si}$ و ${}_{12}\text{Mg}$ دو الکترون وجود دارد.

(ث) درست، زیرا خلصت فلزی ${}_{12}\text{Mg}$ از ${}_{13}\text{Al}$ بیشتر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷ و ۱۳)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

(آ) درست، اتم آهن (${}_{26}\text{Fe}$) دارای سه زیرلایه ۶ الکترونی می‌باشد.



آهن بیشترین مصرف سالانه در سطح جهان در بین صنایع گوناگون را دارد. (ب) درست

$\text{Ca} > \text{Zn} > \text{Fe} > \text{Cu}$: واکنش‌پذیری



(پ درست

ت) نادرست، برای این منظور از سدیم استفاده نمی‌شود.

ث) نادرست، زیرا $\text{Fe}(\text{OH})_2$ و $\text{Fe}(\text{OH})_3$ در آب نامحلول‌اند و انحلال‌پذیری مواد نامحلول از ۰/۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب کمتر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۵ و ۱۹ تا ۲۱)

۷۸. گزینه ۱ صحیح است.

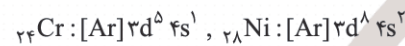
(آ درست

ب) درست

پ) نادرست، این رنگ‌های زیبا نشانی از وجود برخی ترکیب‌های فلزهای واسطه است.

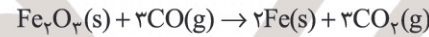
ت) درست، اتم عنصر Cu ۲۹ در سومین لایه خود دارای ۱۸ الکترون است.

ث) نادرست



(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۷۹. گزینه ۱ صحیح است.



$$? \text{ kg Fe} = 5600 \text{ kg Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}$$

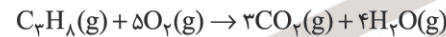
$$\times \frac{56 \text{ kg Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 3920 \text{ kg}$$

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = 75 \Rightarrow \text{مقدار عملی} = 2940 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار عملی} = 2940 \text{ kg}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.



$$? \text{ mol CO}_2 = 2,5 \text{ mol C}_3\text{H}_8 \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} = 7,5 \text{ mol CO}_2$$

$$? \text{ g CaCO}_3 = 7,5 \text{ mol CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{100 \text{ g CaCO}_3 \text{ ناخالص}}{80 \text{ g CaCO}_3 \text{ خالص}} = 937,5$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.



$$? \text{ L CO}_2 = 720 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

$$\times \frac{22,4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 179,2 \text{ L CO}_2$$

$$\frac{134,4}{179,2} \times 100 = 75$$

$$? \text{ g C}_2\text{H}_4 = 134,4 \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22,4 \text{ L CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_4\text{OH}}{2 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4\text{OH}} \times \frac{28 \text{ g C}_2\text{H}_4}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4} = 168 \text{ g C}_2\text{H}_4$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نادرست، فلزها منبعی تجدیدناپذیرند.

ب) درست، زیرا در استخراج ۱ تن آهن تقریباً ۲ تن سنگ معدن آهن و ۱ تن از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

پ) درست، زیرا ردپای CO_2 را کاهش می‌دهد و انرژی کمتری مصرف شده و بهره‌وری بیشتری دارد و آلودگی محیط زیست کاهش می‌یابد.

ت) درست

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

تولید مواد (مانند برق‌کافت و آبکاری) تأمین انرژی (باتری‌ها، سلول سوختی و سوخت آنها) و اندازه‌گیری و کنترل کیفی (اطمینان از کیفیت فراورده‌ها) همگی جزء قلمروهای الکتروشیمی محسوب می‌شوند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

علاوه بر عناصر فلزی، عنصرهای نافلزی نیز در سومین لایه الکترونی خود می‌توانند دارای ۱۸ الکترون باشند. نخستین عنصر جدول دوره‌ای که در سومین لایه الکترونی اتم خود ۱۸ الکترون دارد، Cu ۲۹ می‌باشد.

بنابراین مس و عناصر پس از آن در سومین لایه الکترونی اتم خود دارای ۱۸ الکترون می‌باشند!!

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۸۵. گزینه ۱ صحیح است.

(آ) درست

ب) نادرست، با یک تیغه مسی و تیغه‌ای دیگر مانند روی و با میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

پ) نادرست، اکسیژن با برخی فلزها مانند طلا و پلاتین واکنش نمی‌دهد!

ت) نادرست، با قرار دادن تیغه مس درون محلول محتوی روی نیترات واکنشی انجام نمی‌شود اما با قرار دادن تیغه‌ای از روی درون محلول محتوی $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ فلز مس آزاد شده و شدت رنگ آبی محلول کاهش می‌یابد. واکنش‌پذیری مس از روی کمتر است!

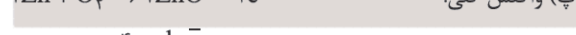
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۹ تا ۴۱)

۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (پ) و (ت) درست می‌باشد.

(آ) عنصر A، Zn می‌باشد که جزء عناصر واسطه جدول تناوبی می‌باشد.

ب) عنصر B، اکسیژن است که با گرفتن الکترون به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسد.



$$1 \text{ mol O}_2 \times \frac{4 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol O}_2} = 4 \text{ mole}^-$$

ت) طلا و پلاتین با اکسیژن واکنش نمی‌دهند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۰)

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) درست، زیرا قدرت کاهندگی Al از Zn بیشتر است.

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست، در این سلول، الکتروود روی، آند سلول را تشکیل می‌دهد و در سلول گالوانی آنیون‌ها به سمت آند حرکت می‌کنند.

ث) نادرست، سلول گالوانی براساس قدرت کاهندگی فلزها انرژی الکتریکی تولید می‌کند.

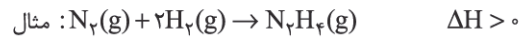
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)



۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

زیرا فلزها تمایل به از دست دادن الکترون دارند!
بررسی عبارت‌های درست:

(۱) برخی از واکنش‌های اکسایش کاهش گرماگیر هستند.



(۳) زیرا V^{3+} کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

(۴) زیرا قدرت کاهندگی نقره از آلومینیم کمتر است.

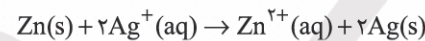
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴ و ۴۷)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

در این سلول الکتروود روی آند و الکتروود نقره کاتد می‌باشند.

(آ) درست، در سلول‌های گالوانی، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد می‌باشد.

(ب) نادرست، زیرا این واکنش باید موازنه شده باشد.



(پ) نادرست، در این سلول غلظت یون‌های Ag^+ کاهش و غلظت یون‌های Zn^{2+} افزایش می‌یابد. اندازه شیب نمودار غلظت آنها نیز با هم متفاوت است!

(ت) نادرست، زیرا قدرت کاهندگی Mg از Zn بیشتر است.

(ث) نادرست، محلول محتوی کاتیون‌های $\text{Ag}^+(\text{aq})$ یا $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})$ بی‌رنگ می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) درست

(ب) نادرست، اندازه‌گیری پتانسیل یک نیم‌سلول به طور جداگانه ممکن نیست و باید این کمیت به طور نسبی اندازه‌گیری شود.

(پ) نادرست، این اندازه‌گیری‌ها در دمای 25°C ، فشار ۱ atm و غلظت ۱ M برای محلول الکترولیت‌ها انجام شده است.

(ت) نادرست، این گونه اکسایش یافته است. زیرا الکترون از دست داده و از دست دادن الکترون، اکسایش نام دارد.

(ث) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) نادرست، زیرا قدرت کاهندگی Mn از Zn و قدرت اکسندگی Ag^+ از Cu^{2+} بیشتر است.

(ب) درست

(پ) نادرست، فلز M نمی‌تواند فلز Al باشد زیرا Al کاتیون Al^{3+} تولید می‌کند.

(ت) نادرست، نیم‌واکنش اکسایش را نیم‌واکنش آندی و نیم‌واکنش کاهش را نیم‌واکنش کاتدی می‌نامند.

(ث) درست، زیرا پتانسیل کاهشی استاندارد این فلز مثبت بوده و قدرت کاهندگی آن از هیدروژن کمتر و قدرت اکسندگی کاتیون فلز از H^+ بیشتر خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۹۲. گزینه ۴ صحیح است.

آند $^\circ$ - کاتد $^\circ$ = سلول $^\circ$ = سلول emf

$$1) 1,24 = 0,8 - E^\circ(\text{B}^{2+}(\text{aq}) / \text{B}(\text{s}))$$

$$\Rightarrow E^\circ(\text{B}^{2+}(\text{aq}) / \text{B}(\text{s})) = -0,44 \text{ ولت}$$

$$2) 2,46 = 0,8 - E^\circ(\text{A}^{2+}(\text{aq}) / \text{A}(\text{s}))$$

$$\Rightarrow E^\circ(\text{A}^{2+}(\text{aq}) / \text{A}(\text{s})) = -1,66 \text{ ولت}$$

$$\text{ولت } \text{emf}(\text{A} - \text{B} \text{ سلول گالوانی}) = -0,44 - (-1,66) = 1,22$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نادرست، قدرت کاهندگی Cu از قدرت کاهندگی هیدروژن کمتر است و فلز مس نمی‌تواند با محلول اسیدها گاز H_2 تولید نماید.

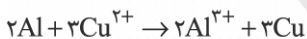
(ب) درست، اگر واکنش M با Fe^{2+} انجام‌پذیر نباشد، قدرت کاهندگی M از A و از Fe کمتر است.

(پ) نادرست، محلول محتوی کاتیون $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})$ بی‌رنگ است.

(ت) نادرست، این مقایسه می‌تواند به صورت $\text{H}^+ > \text{M}^{2+} > \text{A}^{2+}$ نیز باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۷)

۹۴. گزینه ۲ صحیح است.



$$\text{mol Cu}^{2+} \text{ مصرفی} \Rightarrow \frac{1}{2} \text{L محلول} \times \frac{1,5 \text{ mol Cu}^{2+}}{1 \text{L محلول}}$$

$$= 0,3 \text{ mol Cu}^{2+} \text{ مصرف شده}$$

$$\text{جرم Al مصرفی} \Rightarrow 0,3 \text{ mol Cu}^{2+} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Cu}^{2+}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 5,4 \text{ g}$$

$$\text{جرم Cu تولیدی} \Rightarrow 0,3 \text{ mol Cu}^{2+} \times \frac{3 \text{ mol Cu}}{3 \text{ mol Cu}^{2+}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}}$$

$$= 3 \times 64 \text{ g Cu}$$

جرم Al مصرفی - جرم Cu قرار گرفته روی تیغه = تغییر جرم تیغه Al

$$\Rightarrow \frac{7,4}{100} \times 100 = 3 \times 64 \times \frac{x}{100} - 5,4 \text{ g}$$

$$7,4 = 3 \times 0,64x - 5,4 \Rightarrow 12,8 = 3 \times 0,64x \Rightarrow x = \frac{200}{3} = 66,6$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۱)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

پسماندهای الکترونیکی به دلیل داشتن مقدار قابل توجهی از مواد و فلزهای ارزشمند و گران‌قیمت، منبعی برای بازیافت این مواد هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)